牛客暑期ACM多校训练营

第 5 场-SkyDec

牛客网
NOWCODER

gpa

题目描述

给定 n 门课以及它们的学分和绩点，定义总绩点是所有课的加权平均数，给定一个数 k，

你可以删除最多 k 门课，求你的总绩点最大能到多少

$1 <= n <= 10^5$

gpa

解题思路

考虑分数规划

二分答案，假设当前二分了一个值D，我们要判断是否存在一个方案使得总绩点>=D

$$\frac{\sum s[i]c[i]}{\sum s[i]} \geq D$$

$$\sum s[i]c[i] \geq \sum s[i]D$$

$$\sum s[i](c[i]-D) \geq 0$$

于是选前 k 个最小的删了就行了

时间复杂度：O(nlogn)

Iroom

题目大意

一间学校有 n 间宿舍，每间宿舍有 4 个人，给出这个学校第一学年的宿舍安排

现在第二学年需要换寝室，换寝室是学生自己组队，每四个人抱团，现在你需要给他们

安排具体的宿舍位置，使得换宿舍的人数量尽可能少

$1<=n<=100$

Iroom

解题思路

假设新的宿舍里，第 i 个4人团体安排到第 j 间宿舍，那么不用搬的学生数量，

就是4人团体和原住民的交

变成带权二分图匹配问题，可以用费用流做

max

题目描述

给定两个正整数 c,n，求一个数对 (a,b)，满足 $1<=a,b<=n$，且 $gcd(a,b)=c$

要求输出最大的 ab

$1<=c,n<=10^9$

lmax

解题思路

首先 a 和 b 一定都是 c 的倍数，如果 c<2n，那么选 a=b=c 最优

否则选 a=(n/c)*c , b=((n/c)-1)c

plan

题目描述

n 个人出去玩，给定双人房和三人房的价格，求最少的住宿花费

1<=n<=10^9

plan

解题思路

脑补一下可以发现：最后答案一定是几乎全选性价比最高的那种房间

然后再加上几间其他的

所以二人间和三人间里数量用的最少的房间不会超过 3

枚举一下用了几间就好了

Itake

题目描述

有 n 个箱子，第 i 个箱子有 p[i] 的概率出现大小为 d[i] 的钻石

现在 小A 一开始手里有一个大小为 0 的钻石，他会根据 i 从小到大打开箱子，

如果箱子里有钻石且比小 A 手中的大，那么小 A 就会交换手中的钻石和箱子里

的钻石

求期望的交换次数

1<=n<=10^5

Itake

解题思路

小 A 在打开第 i 个箱子后会交换手中的钻石和第 i 个箱子中的钻石，当且仅当第 i个箱子的钻石是前 i 个箱子打开后出现的所有钻石里最大的。

那么要算概率的话，前面箱子中钻石大于等于它的打开后就不能有钻石

用树状数组维护一下

O(nlogn)

lvcd

题目描述

有 n 个点，一个点集 S 是好的，当且仅当对于他的每个子集 T，存在一个右边无限长的矩形，使得这个矩形包含了 T，但是和 S-T 没有交

求这 n 个点里有几个好的点集

$1<=n<=10^5$

lvcd

解题思路

对于 |S|=1，他显然是好的

对于 |S|=2，只要两个点的 y 坐标不相同，那么这个集合也是好的

对于 |S|=3，三个点的形状必须是 < 型

对于 |S|>3，不可能任何三个点都是 < 型，所以一定不是好的

用树状数组统计一下就好了

时间复杂度：O(nlogn)

inv

题目描述

给定一个 [1,n] 之间所有偶数的排列 b，其中 n 是偶数

现在有一个数组 a=[1,3,5.....n-1]

要求归并 a 和 b，使得他们归并后逆序对数量最少

1<=n<=200000

inv

解题思路

相当于是要将每个 2i+1 插入到 b 中

通过推导可以发现，每个2i+1插入到 b 中的最优位置一定是递增的

所以直接对于每个 2i+1 计算他能产生的最少的逆序对数量，加起来即可

时间复杂度：O(nlogn)

Isubseq

题目描述

给定一个序列 a[1..n]，求下标字典序第 k 小的严格递增子序列

1<=n<=10^5

0<=k<=10^(18)

subseq

解题思路

考虑逐位确定

每次大概要算 a[i...n] 中，第一项 >=x 的严格递增子序列的个数

这个可以用一个可持久化线段树或者树状数组维护

时间复杂度：O(nlogn)

lgrf

题目描述

给定一张 n 个点 m 条边的无向图，对于每个边集的子集S，假设这个子集作为边的话，

这张图的连通块个数为 k[S]，求 sum(k[S]^(k[S]-1))

1<=n<=18

lgrf

解题思路

K[S]^(k[S]-1) 相当于把所有连通块缩成点，然后求有根树个数

我们令 f[S] 表示对于 S 的导出子图，所有边的子集 T 的 k[T]^(k[T]-1) 之和

设 g[S] 表示 S 的导出子图有几个边集，满足 S 这个点集连通

那么算 f[S] 是先枚举一个连通块 T 作为有根树的根，然后剩下的 S-T 分成若干棵有根树

写成集合幂级数的话就是 f=g*e^f

可以直接迭代求解，详细可见 吕凯风的2015年国家集训队论文

div

题目描述

一个数 n 是好的，当且仅当 n^4 在 [n^2+1,n^2+2n] 之间有一个约数

给定 m，求>=m 的最小的好的 n

1<=m<=10^(1000)

Idiv

解题思路

设$n^2+a|n^4$,则$n^2+a|n^4-(n^2+a)(n^2-a)=a^2$，又$a^2\le 4n^2<4(n^2+a)$，所以$a^2=t(n^2+a)$，$t=1,2,3.$

1、$t=1$，则$a^2=n^2+a$，$a(a-1)=n^2$，无解

2、$t=2$，则$(a-1)^2=2n^2+1$，方程$x^2-2y^2=1$初始解$(x,y)=(3,2)$，所以通解是$n_0=0,n_1=2,n_{k+2}=6n_{k+1}-n_k.$

3、$t=3$，则$a^2=3n^2+3a$，设$a=3b$，则$3b^2=n^2+3b$，设$n=3m$，则$b^2=3m^2+b$，$(2b-1)^2=12m^2+1$，$x^2-12y^2=1$初始解$(x,y)=(7,2)$，所以原方程初始解$n_0=0,n_1=6,n_{k+2}=14n_{k+1}-n_k.$

2和3的两个递推数列给出n的所有可能值，枚举即可，由于数据范围10^{1000}，需要高精度.

Thanks

牛客网